

1997

Íñigo J. Losada Rodríguez

*Estudio sobre la funcionalidad y estabilidad
de estructuras sumergidas*

Estudio sobre la funcionalidad y estabilidad de estructuras sumergidas

Íñigo J. Losada Rodríguez

En este trabajo se presenta un estudio sobre la funcionalidad y estabilidad de estructuras sumergidas para la protección de costas o de emisarios submarinos. Dentro de las diferentes posibilidades de aproximación al problema, se ha optado por el desarrollo de un modelo numérico que permite obtener la transformación del oleaje al propagarse sobre la estructura. Este modelo tiene la particularidad de permitir evaluar el flujo en el medio fluido, así como en el interior del medio permeable constituido por la estructura. Así mismo, se hace un análisis de la posible generación de armónicos y procesos no lineales en la transformación de la onda sobre la estructura y se analiza sus consecuencias sobre la funcionalidad del dique. Finalmente, se opta por realizar un modelo flujo-paramétrico de la estabilidad en el que, a partir del modelo de flujo, se evalúan las cargas hidrodinámicas mediante formulaciones tipo Morison.

1. Introducción

Las estructuras sumergidas o semisumergidas vienen siendo utilizadas muy frecuentemente en Ingeniería de Costas con dos aplicaciones bien diferenciadas. La primera consiste en la reducción de la energía de la onda incidente y la segunda en servir como barrera al transporte de sedimentos en una zona determinada del litoral. En general, estas estructuras tienen una coronación baja y se encuentran localizadas en aguas someras. La cota de coronación debe fijarse estableciendo un compromiso entre la transmisión de ola/sedimento admisible y una limitación estética, especialmente en mares con carrera de marea importante.

Más aún, dada su importante influencia sobre la configuración de la línea de costa, la altura de ola frente y tras el dique, el sistema de corrientes inducido por el mismo, variaciones de nivel medio y elementos propios representativos de la funcionalidad tales como



la reflexión, transmisión, rotura, generación de armónicos y difracción son de primordial importancia para el diseño de la estructura.

Las estructuras sumergidas, ya sea como pie de playa, dique exento, arrecifes artificiales, protección de tuberías sumergidas o de fondos, son empleadas en todo el mundo. Su función difiere considerablemente de las estructuras convencionales de gran tamaño, por lo cual es necesario generar herramientas para su diseño. Su comportamiento funcional, estabilidad e impacto ambiental es difícil de predecir. La escasa calidad e incertidumbre en las herramientas de diseño existentes hace su utilización sumamente compleja.

Una de las ventajas primordiales es la pequeña magnitud de las cargas frente a las experimentadas por diques convencionales. Estas cargas de pequeña entidad permiten una reducción considerable del tamaño de sus piezas; reducción de los posibles fenómenos de erosión frente a la estructura, y simplificación del proceso constructivo con el consiguiente beneficio ambiental. Sin embargo, el desconocimiento de unas líneas de diseño adecuadas da lugar a un diseño conservativo conducente a un aumento del tamaño de las piezas. La mejora en el conocimiento de la estabilidad de las estructuras sumergidas mejorará su fiabilidad y, por tanto, supondrá una más adecuada protección de la costa.

Por ello, este trabajo pretende contribuir a mejorar el diseño de este tipo de estructuras, especialmente desde el punto de vista funcional. Hasta hoy, la mayor parte del trabajo en este área se ha realizado experimentalmente, conduciendo a formulaciones de diseño de las variaciones de los parámetros de funcionalidad empíricas o semiempíricas. Esta aproximación presenta importantes limitaciones, dado que el rango de geometrías, materiales y condiciones de oleaje que pueden ser considerados se ve limitado por condicionantes de las instalaciones disponibles, de escala o económicos. Por ello, se ha optado por analizar el problema elaborando un modelo numérico que permita evaluar la interacción ola-estructura. Teniendo en cuenta que los ordenadores personales se encuentran hoy en día muy extendidos, este modelo puede servir como una potente herramienta de diseño que permita la independencia del trabajo experimental específico, con el consiguiente ahorro de tiempo y dinero.

En particular, se desea elaborar un modelo que sea capaz de evaluar la reflexión, transmisión y disipación de una estructura sumergida de geometría variable construída con un material permeable. Las condiciones de oleaje, con el fin de que sean lo más semejantes a las condiciones reales de diseño, deben considerar tanto oleaje regular como irregular



e incidencia oblicua. Además, se desea conocer la influencia de efectos no lineales, característicos de este tipo de estructuras, tales como la generación de armónicos.

Una vez elaborados los modelos, se desea responder a preguntas importantes para el diseñador de la estructura, tales como: ¿Cuál es la influencia del francobordo sobre la reflexión, transmisión y disipación de la estructura? ¿Cómo se ven afectados estos parámetros por el oleaje irregular y la incidencia oblicua? ¿Se puede determinar alguna anchura de dique para la cual alguno de estos parámetros no varíen? ¿Cuál es el papel que juega el material con el que se construye el dique?

Por otro lado, sería deseable conocer la cinemática de cada caso considerado en las regiones anterior, posterior y en el interior del dique. Esto es importante para determinar la erosión frente al dique o la estabilidad de los elementos que componen el mismo. Con estos objetivos, el artículo se estructura como sigue. Después de la introducción se presenta los modelos desarrollados tanto para oleaje regular como irregular, haciendo especial hincapié en cómo modelar la disipación inducida por el medio permeable. En la siguiente sección se presenta, en primer lugar, la validación de los modelos mediante la comparación con datos experimentales para, a continuación, comenzar a analizar las cuestiones anteriormente planteadas. En la sección 3 se estudia la importancia de los efectos no lineales y se presenta una metodología para discernir el riesgo de generación de los mismos cuando el medio es permeable. Además, se muestra hasta dónde llega el rango de validez del modelo lineal para situaciones de no linealidad.

A continuación, y con el fin de presentar las posibilidades del modelo, se utiliza un modelo de estabilidad empleado por otros autores, Sulisz (1994), para calcular la estabilidad de la estructura a través del campo de velocidades obtenido.

Finalmente, se presenta un resumen con las conclusiones más importantes sobre el trabajo realizado.

2. Desarrollo de los modelos teóricos

2.1. Modelo lineal para un dique rectangular permeable

Sea un dique permeable rectangular de anchura b , sumergido en una profundidad h , Fig. 1, y sometido a la acción de un tren monocromático de ondas.



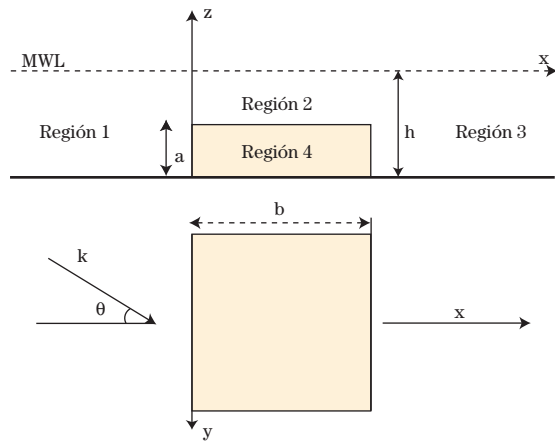


Figura 1. Dique sumergido rectangular.

Si se asume que el problema planteado puede ser dividido en cuatro regiones y considerando movimiento irrotacional y fluido incompresible tanto en el medio fluido como en el medio permeable, Sollitt et al. (1972), la ecuación que gobierna el problema en cada una de las regiones es la ecuación de Laplace

$$\Phi_i(x, y, z, t) = \text{Re}[\phi_i(x, z)]e^{-i(\lambda y - \sigma t)} \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

$$\lambda = k_0 \sin \theta \quad (2)$$

donde θ es el ángulo de incidencia y k_0 es el número de onda progresivo en la región 1.

Las condiciones de contorno asociadas al problema en las regiones 1 y 3, en teoría lineal, son la condición cinemática de contorno en el fondo y las condiciones cinemática y dinámica en la superficie libre.

En la región 2, sobre el dique, es de aplicación la condición dinámica de superficie libre

$$-\frac{\partial \phi_2}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{con } z = 0 \quad (3)$$

y en la región 4, correspondiente al dique, la condición cinemática en el fondo.

$$\frac{\partial \phi_4}{\partial z} = 0 \quad \text{con } z = -h_4 \quad (4)$$

La solución a cada uno de los problemas de contorno establecidos puede encontrarse en Losada (1991), siendo la expresión de cada uno de los potenciales la siguiente:

Región 1 ($x < 0$):

$$\phi_1(x, z) = I_0(z)e^{-iq_0x} + \sum_{n=0}^{\infty} I_n(z)R_n e^{iq_n z} \quad (5)$$

donde $q_n = \sqrt{k_n^2 - \lambda^2}$ y se incluye una familia de modos evanescentes con el fin de garantizar la compatibilidad de las soluciones en las interfases entre la región definida por el dique y las regiones correspondientes al fluido. Obsérvese que el subíndice 0 corresponde a las ondas incidente y reflejada, mientras que el subíndice $n > 0$ se refiere a los modos evanescentes. R_o es el coeficiente de reflexión, que se define como un número complejo dado que tiene información sobre el módulo de la reflexión así como del desfase correspondiente.

Se toma como solución sólo la raíz cuadrada que satisface

$$\operatorname{Re}\left\{\sqrt{k_n^2 - \lambda^2}\right\} \geq 0 \quad \text{y} \quad \operatorname{Im}\left\{\sqrt{k_n^2 - \lambda^2}\right\} \leq 0.$$

Región 3 ($x \geq b$):

$$\phi_3(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n(z) \Gamma_n e^{-iq_n(x-b)} \quad (6)$$

donde T_o es el coeficiente de transmisión complejo y Tn , $n > 0$, son las amplitudes complejas de la familia de modos evanescentes que se presentan aguas abajo del dique.

La variación con la profundidad de la solución se incluye mediante la siguiente función

$$I_n(z) = \frac{ig \cosh k_n(z+h)}{\sigma \cosh k_n h} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

donde k_n satisface la ecuación de la dispersión

$$\Gamma = \frac{\sigma^2 h}{g} = k_n h \tanh k_n h \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Esta ecuación trascendente tiene raíces reales $\pm k_o$, donde $k_o > 0$ y un número infinito de raíces imaginarias puras, $n > 0$.

Sobre el dique y en el interior del mismo, regiones 2 y 4, los potenciales se expresan como

$$\phi_2(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} M_n(z) \left[A_n e^{-iq_n x} + B_n e^{iq_n(x-b)} \right] \quad (9)$$

$$\phi_4(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(z) \left[A_n c^{-iq_n x} + B_n c^{iq_n(x-b)} \right] \quad (10)$$



A_n y B_n son amplitudes complejas de las ondas propagándose sobre el dique y $Q_n = \sqrt{k_n^2 - \lambda^2}$.

La variación con la profundidad se expresa mediante las siguientes funciones:

$$M_n(z) = \frac{ig \cosh K_n(z+h) - F_n \sinh K_n(z+h)}{\sigma \cosh K_n h - F_n \sinh K_n h} \quad (11)$$

$$P_n(z) = \frac{ig \left[1 - F_n \tanh K_n a \right]}{\sigma (s - if)} \frac{\cosh K_n(z+h)}{\cosh K_n h - F_n \sinh K_n h} \quad (12)$$

$$F_n = \left(1 - \frac{\varepsilon}{(s - if)} \right) \frac{\tanh K_n a}{1 - \frac{\varepsilon}{(s - if)} \tanh^2 K_n a} \quad (13)$$

donde ε es la porosidad del material, s es un coeficiente de masa añadida que tiene en cuenta los efectos inerciales y f es un coeficiente de fricción linealizado, Sollitt *et al.* (1972).

El número de onda complejo K_n puede ser determinado mediante la ecuación de la dispersión compleja derivada por Losada (1991) para ondas propagándose sobre un medio poroso,

$$\sigma^2 - gK_n \tanh K_n h = F_n \left[\sigma^2 \tanh K_n h - gK_n \right] \quad (14)$$

donde F_n se define como en la ecuación (13) y $n = 0, 1, 2, \dots$

La ec. (14) puede ser reducida a la ecuación usual de la dispersión para ondas propagándose en un fluido de profundidad h , asumiendo $a = 0$ y $F_n = 0$. Para $\varepsilon = 0$ y $f = 0$, la ec. (14) corresponde a ondas propagándose sobre un escalón impermeable de altura a . El mismo comportamiento asintótico puede observarse para las funciones $M_n(z)$ y $P_n(z)$.

Dado que las soluciones en regiones adyacentes deben ser continuas en la interfase, la continuidad del flujo de masa y de la presión deben ser satisfechas en la interfase ($x = 0$, $x = b$, $z = -h + a$). En función del potencial de velocidades estas condiciones pueden ser expresadas como,



$$x=0 \text{ y } -(h-a) \leq z \leq 0$$

$$\phi_{1x} = \phi_{2x} \quad (15)$$

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (16)$$

$$x=0 \text{ y } -h \leq z \leq -(h-a)$$

$$\phi_{1x} = \varepsilon \phi_{4x} \quad (17)$$

$$\phi_1 = (s - if) \phi_4 \quad (18)$$

$$x=b \text{ y } -(h-a) \leq z \leq 0$$

$$\phi_{3x} = \phi_{2x} \quad (19)$$

$$\phi_3 = \phi_2 \quad (20)$$

$$x=b \text{ y } -h \leq z \leq -(h-a)$$

$$\phi_{3x} = \varepsilon \phi_{4x} \quad (21)$$

$$\phi_3 = (s - if) \phi_4 \quad (22)$$

$$z = -(h-a) \text{ y } 0 \leq x \leq b$$

$$\phi_{2z} = \varepsilon \phi_{4z} \quad (23)$$

$$\phi_2 = (s - if) \phi_4 \quad (24)$$

donde las ecs. (18), (22) y (24) resultan de la aplicación de la ecuación de Bernoulli para un medio poroso, Sollitt et al. (1972).

$I_n(z)$, $P_n(z)$ y $M_n(z)$ forman un conjunto de funciones ortogonales en sus dominios correspondientes, Losada (1991). Por tanto, aplicando la ortogonalidad a las condiciones de compatibilidad, se llega al siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} X_{nm} R_m - (Y_{nm} + (s - if) Z_{nm}) [A_n + B_n e^{-iQ_n b}] &= -\delta_m X_{0m} \\ q_n X_{nm} R_m - (Y_{nm} + \varepsilon Z_{nm}) Q_n [-A_n + B_n e^{-iQ_n b}] &= q_m \delta_m X_{0m} \\ (Y_{nm} + (s - if) Z_{nm}) [A_n e^{-iQ_n b} + B_n] - X_{nm} T_m &= 0 \\ (Y_{nm} + \varepsilon Z_{nm}) Q_n [-A_n e^{-iQ_n b} + B_n] + q_m X_{nm} T_m &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

donde

$$X_{mn} = \int_{-h}^0 I_m(z) I_n(z) dz \quad (26)$$

$$Y_{mn} = \int_{-h+a}^0 M_n(z) I_m(z) dz \quad (27)$$

$$Z_{mn} = \int_{-h}^{-h+a} P_n(z) I_m(z) dz \quad (28)$$

$$\left. \begin{array}{ll} \delta_m = 0 & m > 1 \\ \delta_m = 1 & m = 1 \end{array} \right\} \quad (29)$$

La solución del sistema de ecuaciones requiere el conocimiento del valor del coeficiente de fricción linealizado f . Para evaluar el coeficiente f es necesario un coeficiente adicional. Siguiendo a Sollitt et al. (1972), se puede hacer la hipótesis del trabajo equivalente de Lorentz. A partir de ella, f puede evaluarse mediante la siguiente ecuación,

$$f = \frac{1}{\sigma} \frac{\int_0^T \int_V \left(\frac{\varepsilon^2 v}{K_p} |q|^2 + \frac{\varepsilon^2 C_f}{\sqrt{K_p}} |q|^3 \right) dt dV}{\int_0^T \int_V \varepsilon |q|^2 dt dV} \quad (30)$$

donde K_p es la permeabilidad intrínseca del material, C_f es el coeficiente de fricción turbulenta y q es la parte real de la velocidad de filtración. K_p y C_f están relacionados con el tipo de estructura considerada y se asumen conocidos a priori de forma experimental o de forma empírica mediante la utilización de expresiones dadas por otros autores.

2.2. Modelo para un dique sumergido trapezoidal

Con el fin de considerar la influencia de la pendiente o una geometría arbitraria, Fig. 2, se realiza una extensión del caso de la propagación de una onda sobre un lecho poroso, siguiendo un esquema similar al seguido por Rojanakamthorn et al. (1989) y basado en Mei (1983).

La nueva ecuación de la *mild-slope* se obtiene multiplicando la ecuación de Laplace por sus autofunciones correspondientes referidas al modo más propagante, $M_0(z)$ y $P_0(z)$,

dependiendo de su región de aplicación e integrando en vertical. La nueva ecuación de gobierno es

$$\int_{-h_p}^0 M_0(z) \left(\nabla_h^2 \phi_2 + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \right) dz + \varepsilon (s - if) \int_{-h}^{-h_p} P_0(z) \left(\nabla_h^2 \phi_4 + \frac{\partial^2 \phi_4}{\partial z^2} \right) dz = 0 \quad (31)$$

donde

$$\phi_2 = \varphi M_o(z) \quad y \quad \phi_4 = \varphi P_o(z) \quad (32)$$

φ es la amplitud compleja de la superficie libre y $\nabla_h = (\partial/\partial_x, \partial/\partial_y)$.

Las condiciones de contorno y de compatibilidad para fondo variable son:

- Condición combinada de superficie libre,

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi_2 = 0 \quad \text{en} \quad z = 0 \quad (33)$$

- Condición de contorno en el fondo,

$$\frac{\partial \phi_4}{\partial z} + \nabla_h \cdot h \nabla_h \cdot \phi_4 = 0 \quad \text{en} \quad z = -h \quad (34)$$

- Continuidad del flujo de masa,

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} + \nabla_h \cdot h_p \nabla_h \cdot \phi_2 = \varepsilon \left(\frac{\partial \phi_4}{\partial z} + \nabla_h \cdot h_p \nabla_h \cdot \phi_4 \right) = 0 \quad (35)$$

$$\text{en} \quad z = -h_p$$

- Continuidad de la presión,

$$\phi_2 = (s - if) \phi_4 \quad \text{en} \quad z = -h_p \quad (36)$$

Integrando la ec. (31), utilizando las condiciones de contorno y de compatibilidad y finalmente la hipótesis de contorno suave, se obtiene la siguiente ecuación

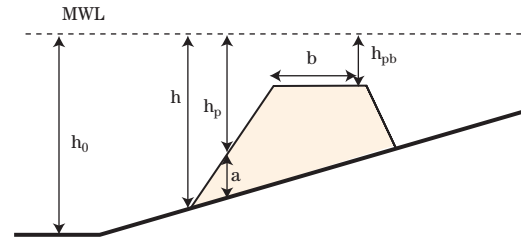


Figura 2. Dique sumergido trapezoidal.

$$\nabla_h \cdot (\alpha \nabla_h \cdot \varphi) + (K^2 \alpha - i \sigma \alpha f_D) \varphi = 0 \quad (37)$$

donde $\alpha = \beta_1 + \varepsilon(s - if)\beta_2$, K_0 corresponde al primer modo complejo de la ec. (14) y

$$\beta_1 = \int_{-h_p}^0 \left(\frac{\sigma}{ig} \right)^2 M_o^2(z) dz \quad (38)$$

$$\beta_2 = \int_{-h}^{h_p} \left(\frac{\sigma}{ig} \right)^2 P_o^2(z) dz \quad (39)$$

donde el término $i\sigma\alpha f_{D\varphi}$ ha sido añadido para tener en cuenta el efecto de la rotura y f_D es un factor que tiene en cuenta la disipación de la energía.

Con el fin de aplicar esta solución a un dique con una configuración arbitraria, es necesario utilizar un método numérico. En principio, se considera un problema bidimensional que simplifique el análisis de la hidrodinámica dentro y fuera del medio poroso. La ec. (37) se discretiza utilizando un esquema de diferencias finitas, para lo cual es necesario definir una malla que divida el dominio en la dirección del Eje x en intervalos regulares de valor Δx . Las condiciones de contorno impuestas resultan de asumir que en el contorno *offshore* el desplazamiento de la superficie libre, producto de la superposición de las ondas incidente y reflejada, es conocido. Tras una serie de manipulaciones algebraicas, la condición de contorno *offshore* puede ponerse en función de la onda incidente. En la línea de costa, se asume que se produce la disipación total por efecto de la rotura. Con el fin de implementar esta condición de contorno, se establece la existencia de una región de profundidad constante frente al contorno de la costa. En esta región, se asume que las ondas que se reflejan de la costa son despreciables.

El sistema de ecuaciones resultante, ecuación de la *mild-slope* (37), ecuación de la dispersión (14) y condiciones de contorno, pueden ser resueltas simultáneamente utilizando una técnica de eliminación de Gauss. Además, la ecuación del trabajo equivalente de Lorentz puede ser añadida para evaluar el coeficiente de fricción, f .

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones con un coeficiente de fricción inicial f y $f_D = 0$, se analiza la rotura en el dique utilizando el criterio de rotura propuesto por Rojanakamthorn *et al.* (1990)

$$\frac{H_b}{L_o} = 0.127 \tanh \left\{ k_o (h_p)_b \right\} \quad (40)$$

donde H_b es la altura de ola en el punto de rotura, $k_o = 2\pi/L_o$, L_o es la longitud de onda en profundidades indefinidas y $(h_p)_b$ es la profundidad sobre la estructura en el punto de rotura. Una vez conocida la condición de rotura, el coeficiente f_D se calcula utilizando la expresión de Rojanakamthorn *et al.* (1990). Para poder llegar a una solución es preciso utilizar un proceso iterativo.

Una de las ventajas principales de este modelo es que permite el análisis de la cinemática y dinámica de las partículas no sólo en las regiones fluidas sino también en el interior del dique. Por ejemplo, una vez evaluado numéricamente el valor de ϕ en cada nodo de la malla, la presión en cualquier punto del fluido y dentro de la estructura porosa puede ser evaluada utilizando la ecuación de Bernoulli:

$$p = -\rho(is + f)\phi_4 - \rho gz \quad (41)$$

Las velocidades y aceleraciones verticales pueden ser evaluadas analíticamente utilizando las funciones $M_o(z)$ y $P_o(z)$, ecs. (11) y (12) con $n = 0$. Calculando las derivadas de ϕ numéricamente utilizando fórmulas de tres puntos, se puede calcular la velocidad horizontal y, por tanto, la aceleración horizontal.

2.3. Extensión del modelo a oleaje irregular

2.3.1. Dique rectangular

El modelo anterior sirve como una herramienta para un primer análisis de la funcionalidad de los diques sumergidos. Sin embargo, es evidente que un diseño más real precisa la extensión de dicho modelo a oleaje irregular, con el fin de considerar dentro del diseño las implicaciones que la aleatoriedad del oleaje tiene sobre la funcionalidad de la estructura. Asumamos que el tren de ondas incidente puede considerarse como una superposición de un gran número de componentes que define un espectro direccional, expresado como el producto de un espectro frecuencial, S_η , y una función de dispersión angular, $G(f, \theta)$.

El espectro incidente, conjuntamente con la función de dispersión angular, pueden ser divididos en un número discreto de componentes, caracterizado por una cierta frecuencia, f_j , y una dirección, θ_k . Cada onda individual producto de la discretización puede ser presentada por un potencial de velocidades.



$$\Phi_{jk}^{(i)}(x, y, z, t) = \text{Real} \left[\phi_{jk}^{(i)}(x, z) \exp(-i(\lambda_{jk} - \sigma_j t)) \right],$$

que satisface la ecuación de Laplace en cada región (*i*), donde

$$\lambda_{jk} = k_j \sin \theta_k \quad \text{y} \quad \sigma_j = 2\pi / f_j$$

Utilizando las condiciones de contorno y de compatibilidad apropiadas, el problema planteado puede ser resuelto para cada componente del espectro mediante el desarrollo en serie de autofunciones presentado en el apartado anterior.

Por ejemplo, en las regiones 2 y 4, sobre y en el interior del medio poroso, el potencial de velocidades viene dado por las siguientes expresiones

$$\phi_{jk}^{(2)}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} M_{jn}(z) \left[A_{jkn} e^{-iQ_{jn}x} + B_{jkn} e^{iQ_{jn}(x-b)} \right] \quad (42)$$

$$\phi_{jk}^{(4)}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{jn}(z) \left[A_{jkn} e^{-iQ_{jn}x} + B_{jkn} e^{iQ_{jn}(x-b)} \right] \quad (43)$$

donde

$$M_{jn}(z) = \frac{ig \cosh K_{jn}(z+h) - F_{jn} \sinh K_{jn}(z+h)}{\sigma_j \cosh K_{jn}h - F_{jn} \sinh K_{jn}h} \quad (44)$$

$$P_{jn}(z) = \frac{ig \left[1 - F_{jn} \tanh K_{jn}a \right]}{\sigma_j (s - if)} \frac{\cosh K_{jn}(z+h)}{\cosh K_{jn}h - F_{jn} \sinh K_{jn}h} \quad (45)$$

$$F_{jn} = \left(1 - \frac{\epsilon}{(s - if)} \right) \frac{\tanh K_{jn}a}{1 - \frac{\epsilon}{(s - if)} \tanh^2 K_{jn}a} \quad (46)$$

y $Q_{jkn} = \sqrt{K_{jn}^2 - \lambda_{jk}^2}$, ϵ , s y f son las características del medio anteriormente mencionadas. A_{jkn} y B_{jkn} son las amplitudes complejas de los modos de las ondas existentes sobre el dique sumergido.

Para este caso, los números de onda complejos, K_{jn} , se pueden determinar utilizando la ecuación de la dispersión generalizada para todas las frecuencias,



$$\sigma_j^2 - gK_{jn} \tanh K_{jn} h = F_{jn} \left[\sigma_j^2 \tanh K_{jn} h - gK_{jn} \right] \quad (47)$$

donde F_{jn} ha sido definido en la ecuación (46).

Adicionalmente, es necesario resolver la ecuación de Lorentz para poder obtener el valor del coeficiente de fricción linealizado. Sin embargo, la aplicación de la ec. (36) a oleaje irregular requiere una serie de modificaciones específicas, que son analizadas con detalle más adelante.

Una vez resuelto el problema según lo especificado en el apartado anterior, se puede conocer los siguientes coeficientes: R_{jkn} , T_{jkn} , A_{jkn} y B_{jkn} . Obsérvese que, dado el carácter lineal del modelo presentado, la onda incidente se asume de amplitud unidad y, por tanto, el coeficiente complejo, R_{jkb} , es el coeficiente de reflexión correspondiente a la componente espectral de frecuencia, f_j , que viaja en el sentido negativo del eje x , formando un ángulo θ_k con el mismo.

Los espectros reflejado, S_R , y transmitido, S_T , pueden ser evaluados mediante las siguientes expresiones

$$S_R(f_j, \theta_k) = S_\eta(f_j) G(f_j, \theta_k) |R_{jk1}|^2 \quad (48)$$

$$S_T(f_j, \theta_k) = S_\eta(f_j) G(f_j, \theta_k) |T_{jk1}|^2 \quad (49)$$

Para oleaje irregular, los coeficientes de transmisión y reflexión pueden ser definidos como

$$R_{\text{irr}} = \frac{H_{\text{ms},R}}{H_{\text{ms},i}} = \sqrt{\frac{m_{oR}}{m_{o\eta}}} \quad (50)$$

$$T_{\text{irr}} = \frac{H_{\text{ms},T}}{H_{\text{ms},i}} = \sqrt{\frac{m_{oT}}{m_{o\eta}}} \quad (51)$$

donde $H_{\text{rms},i}$, $H_{\text{rms},R}$ y $H_{\text{rms},T}$, son las alturas cuadráticas medias de las ondas incidente, reflejada y transmitida, respectivamente, y pueden ser expresadas en función del momento de orden cero $m_{o\alpha}$ ($\alpha = \eta, R, T$).

Cuando las olas son reflejadas por un medio poroso, no toda la energía es reflejada, parte es absorbida y parte transmitida a través de la estructura. Debido a esta reflexión imperfecta, se forma un sistema de ondas *cuasi* estacionarias.

Con el fin de evaluar el campo de oleaje frente a la estructura, se puede analizar la evolución del espectro total (incidente+reflejado) S_ζ de acuerdo con la siguiente expresión,

$$S_\zeta(f, \theta, x) = |K_r(f, \theta, x)|^2 S_\eta(f, \theta, x) \quad (52)$$

donde el módulo de la función de transferencia, K_r , considerando fondo plano puede expresarse como

$$|K_r(f, \theta, x)|^2 = 1 + |R(f, \theta)|^2 + 2|R(f, \theta)| \cos(2k_x(f)x + \xi(f, \theta)) \quad (53)$$

donde $R(f, \theta)$ y ξ corresponden al coeficiente de reflexión y al desfase que se produce entre la onda incidente y reflejada para cada una de las frecuencias incidentes. Tanto el coeficiente de reflexión como el desfase pueden ser evaluados aplicando el desarrollo en serie de autofunciones anteriormente descrito para cada una de las componentes espectrales. Por tanto, $|R(f, \theta)| \cong |R_{jkl}|$ y ξ es el argumento del coeficiente complejo R_{jkl} .

Los nodos son aquéllos que cumplen que

$$\cos(\xi + 2k_x x) = -1 \quad (54)$$

lo que significa que

$$\xi + 2k_x x = (2n - 1)\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (55)$$

Asumiendo que $k = 2\pi f/c$, donde c es la celeridad de la onda y $\xi = 0$, la localización de los nodos es

$$x = \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}n \right) \frac{c}{f \cos \theta} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (56)$$

La distancia entre dos frecuencias modales, f_1 y f_2 , se obtiene aplicando la ec.(56),

$$f_2 - f_1 = \frac{1}{x} \left[\left(\frac{(2n-1)\pi - \xi_2}{4\pi \cos \theta} \right) c(f_2) - \left(\frac{(2n-1)\pi - \xi_1}{4\pi \cos \theta} \right) c(f_1) \right] \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (57)$$



donde ξ_1 y ξ_2 corresponden a la fase de cada una de las componentes.

Con el fin de analizar la evaluación de altura de ola cuadrática media frente al dique, el momento de orden cero puede expresarse para el espectro total como sigue

$$\begin{aligned} m_o(x) &= \int_0^\infty \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} S_\xi(f, \theta, x) d\theta df = \\ & \int_0^\infty \left\{ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \left[1 + |\mathbf{R}(f, \theta)|^2 + 2|\mathbf{R}(f, \theta)| \cos(\xi + 2k_x(f)x) \right] S_\eta(f, \theta) d\theta \right\} df = \\ & m_{o\eta} + m_{oR} + 2m_{oR}(X) \end{aligned} \quad (58)$$

donde $X = \xi + 2k_x x$, $m_{o\eta}$ y m_{oR} corresponden al momento de orden cero del espectro incidente, S_η , y reflejado, S_R , respectivamente, y

$$m_{oR}(x) = \int_0^\infty \left\{ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} |\mathbf{R}(f, \theta)| \cos(X) S_\eta(f, \theta) d\theta \right\} df \quad (59)$$

La envolvente adimensional máxima frente a la estructura para un oleaje irregular propagándose sobre un fondo horizontal es:

$$E(x) = \frac{H_{ms}(X)}{H_{ms,i}} = \sqrt{\frac{m_{o\eta} + m_{oR} + 2m_{oR}(X)}{m_{o\eta}}} = \left[1 + \left(\frac{H_{ms,R}}{H_{ms,i}} \right)^2 + 2 \frac{m_{oR}(X)}{m_{o\eta}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (60)$$

donde $H_{rms}(X)$ representa a la altura de ola cuadrática media del campo de oleaje total frente a la estructura y $H_{rmsi} = \sqrt{8m_{o\eta}}$ es la altura de ola cuadrática media del oleaje incidente.

La ec. (60) tiene los siguientes límites superior e inferior

$$\begin{aligned} E(X=0) &= \frac{H_{ms}(X=0)}{H_{ms,i}} = \left(\frac{m_{o,max}}{m_{o\eta}} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{H_{ms,max}}{H_{ms,i}} \\ E(X \rightarrow \infty) &= \frac{H_{ms}(X \rightarrow \infty)}{H_{ms,i}} = \left(\frac{m_{o\eta} + m_{oR}}{m_{o\eta}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left[1 + \left(\frac{H_{ms,R}}{H_{ms,i}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (61)$$

donde $m_{o,max} = \int_0^\infty \left\{ \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \left[1 + |\mathbf{R}(f, \theta)| \right]^2 S_\eta(f, \theta) d\theta \right\} df$

2.3.2. Dique sumergido de geometría arbitraria

La propagación sobre un dique de geometría arbitraria puede realizarse mediante el modelo anteriormente expuesto y basado en una extensión de la ecuación de la pendiente suave.

Para poder realizar la aplicación a oleaje irregular, se empleará la linealidad de la solución, dividiendo, como anteriormente se ha explicado, el espectro incidente en componentes discretas, caracterizadas por una frecuencia dada, f_j . El espectro en cualquier posición viene dado por

$$S_p(f_j, x) = |\varphi_j(x)|^2 S_\eta(f_j) \quad (62)$$

donde $S_p(f, x)$ y $S_\eta(f)$ son los espectros propagados e incidente, respectivamente.

Análogamente, a las ecs. (50) y (51), el coeficiente de propagación puede ser evaluado mediante la siguiente expresión,

$$C_p(x) = \left[\frac{1}{m_{o\eta}} \int_0^\infty S_p(f, x) df \right]^{\frac{1}{2}} \quad (63)$$

donde $m_{o\eta}$ es el momento de orden cero del espectro.

Por tanto, una vez realizada la discretización de la geometría y tras resolver el sistema de ecuaciones para cada frecuencia, la función de transferencia, $|\varphi(x)|^2$, y el coeficiente de propagación, $C_p(x)$, pueden ser calculados en cualquier punto del dominio, tanto en el exterior como en el interior del medio poroso.

2.3.3. Principio del trabajo equivalente de Lorentz para oleaje irregular

El principio del trabajo equivalente de Lorentz, ec. (30) debe ser resuelto para poder tener en cuenta la disipación inducida por el medio poroso. La ecuación anteriormente presentada corresponde a oleaje regular. Sin embargo, para su aplicación a oleaje irregular es necesaria una nueva expresión. El problema se puede afrontar de dos maneras:

La primera consiste en la aplicación de la ec. (30) utilizando el periodo de pico, T_p , y $H_{rms,i}$ la altura de ola cuadrática media correspondiente al espectro incidente, y utiliza la ecuación como si se tratara de un tren de ondas monocromático. Este procedimiento es el más sencillo y se basa en asumir que el espectro incidente puede ser representado por los dos parámetros, $H_{rms,i}$ y T_p . Por tanto, el campo de velocidades utilizado en la ec. (30) con base en esos dos parámetros. Un procedimiento diferente es el siguiente:

- Discretizar el espectro incidente, S_η , y calcular S_p , el espectro propagado, S_u , el espectro de la velocidad horizontal y S_v , correspondiente a las velocidades verticales en cualquier punto del dominio de interés, l , utilizando la función de transferencia para cada componente.
- Calcular la u_{rms} correspondiente al espectro obtenido, S_u , y u_{rms} para S_v en cada punto del dominio, l , utilizando, por ejemplo, para el campo de velocidades horizontales

$$S_{u_i}^{(2)}(f) = |H_{u2}|^2 S_\eta(f) \quad (64)$$

$$S_{u_i}^{(4)}(f) = |H_{u4}|^2 S_\eta(f) \quad (65)$$

donde

$$H_{u_i}^{(2)} = \frac{ig}{\sigma} \frac{1}{2\Delta x} \left(\frac{\cosh K_o(h+z) - F_o \sinh K_o(h+z)}{\cosh K_o h - F_o \sinh K_o h} \right) (\varphi_{l-l} - \varphi_{l+l}) \quad (66)$$

en la región 2 de fluido

$$H_{u_i}^{(4)} = \frac{ig}{\sigma} \frac{1}{2\Delta x} \left(\frac{1 - F_o \tanh K_o a}{(s - if)} \right) \left(\frac{\cosh K_o(h+z)}{\cosh K_o h - F_o \sinh K_o h} \right) (\varphi_{l-l} - \varphi_{l+l}) \quad (67)$$

para la región 4 y F_o se define en la ecuación (46) para el modo más progresivo.

Para evaluar las integrales de volumen en la ec. (30) utilizando los valores de u_{rms} y v_{rms} calculados, es necesario iterar hasta conseguir la convergencia del coeficiente de fricción linealizado, f .

Obsérvese, que en la expresión (30) se ha evitado la integración en el tiempo, dado que el uso de u_{rms} en las integrales de volumen garantiza el trabajo equivalente. Este segundo

procedimiento presenta la ventaja de que el campo de velocidades utilizado para evaluar la ec. (30) tiene en cuenta la contribución de cada una de las componentes del espectro propagado, S_p .

Ambos procedimientos han sido utilizados en este trabajo e, independientemente de que el segundo sea mucho más tedioso que el primero, se ajusta mucho más a la realidad, al tener en cuenta la disipación inducida para todas las componentes.

2.4. Resultados

Las Figs. 3 y 4 muestran la evolución de η_{rms} para un dique sumergido de geometría trapecoidal en el cual se compara los resultados numéricos obtenidos asumiendo oleaje regular, caracterizado por (H_{rms}, T_p) , y oleaje irregular con los datos experimentales de Rojanakamthorn *et al.* (1989). Las características geométricas del dique son para el caso (a) $h_o = 37.50$ cm, $h_{pb} = 6.5$ cm y $b = 10$ cm; y para el caso (b) $h_o = 39.00$ cm, $h_{pb} = 8.0$ cm y $b = 235$ cm. El caso de oleaje irregular corresponde a un espectro estándar tipo JONSWAP con los siguientes parámetros: $H_{rms} = 0.0466$ m, $T_p = 1.82$ s, $\varepsilon_b = 0.685$, $v_n = 0.338$, $\eta_{rms} = 0.0158$ m, $T_{o1} = 1.54$ s, $T_{o2} = 1.46$ s y $\gamma = 3.3$ para el caso (a) y $H_{rms} = 0.0447$ m, $T_p = 1.81$ s, $\varepsilon_b = 0.685$, $v_n = 0.338$, $\eta_{rms} = 0.0152$ m, $T_{o1} = 1.538$, $T_{o2} = 1.457$ s y $\gamma = 3.3$ para el caso (b); donde T_{o1} y T_{o2} son los periodos de primer y segundo orden, v_n y ε_b son los parámetros de anchura espectral y γ es el factor de apuntamiento. Para discretizar el espectro se han utilizado 64 componentes. El coeficiente de fricción linealizado ha sido calculado de acuerdo con lo expuesto en la sección anterior.

Como se puede observar, la superficie libre cuadrática media, η_{rms} , disminuye muy rápidamente sobre el dique sumergido, indicando que la disipación que se produce es muy importante, especialmente en el caso (b). En general, los gráficos muestran que los casos ejecutados con oleaje irregular presentan menores valores de la fricción y, consecuentemente, menores valores de η_{rms} , así como una oscilación menos acusada. Esta oscilación es producto de la interacción del oleaje incidente y reflejado. En general, se puede apreciar que el modelo teórico reproduce muy bien los valores experimentales, incluso cuando se produce la rotura. Esto constituye una validación para el modelo.

La Fig. 5 presenta la evolución de los valores adimensionales máximos de la presión, P , componentes del campo de velocidades u , v y de la aceleración a_x , a_y a diferentes profundidades para el caso anteriormente presentado. En la interfase fluido-dique las mag-

nitudes son evaluadas tanto con la solución correspondiente al medio fluido como con la solución en el interior del poroso. Las figuras muestran que las condiciones de acuerdo en la interfase ($z = -h + a$) se cumplen de manera satisfactoria.

En general, estas magnitudes presentan una oscilación frente a la estructura que se atenúa para el oleaje irregular. Presiones, aceleraciones y velocidades alcanzan sus valores máximos en la intersección entre el talud frontal y la coronación a cualquier profundidad.

En la Fig. 6 se puede observar la evolución del espectro total (incidente más reflejado) frente a un dique sumergido de escollera. Los resultados corresponden a la propagación de un espectro JONSWAP con las siguientes características: $H_{rms} = 1.0$ m, $f_p = 0.125$ Hz, $\varepsilon_b = 0.66$, $v_n = 0.33$ y $\gamma = 3.3$. Se considera un ángulo de incidencia de $\theta = 60^\circ$. Las características del material del que está compuesto el dique son las siguientes: $d_{50} = 100$ cm, $\varepsilon = 0.437$, $C_f = 0.228$, y $K_p = 5.52 \cdot 10^{-4} m^2$.

Se puede observar que el espectro total contiene frecuencias en las que se producen nodos y antinodos. A medida que nos alejamos del dique en la dirección *offshore* la separación entre las frecuencias asociadas a dos nodos consecutivos se reduce.

En las siguientes figuras, 6 a 8, el oleaje irregular corresponde a la propagación de un espectro JONSWAP con las siguientes características: $H_{rms} = 0.04$ m, $f_p = 0.667$ Hz, $\varepsilon_b = 0.603$, $v_n = 0.303$, $\gamma = 3.3$ (factor de apuntamiento del espectro). Para el caso multidireccional se ha empleado una función de dispersión tipo Mitsuyasu con una parámetro de dispersión, $S_{max} = 75$.

La Fig. 7 muestra la reflexión, transmisión y el coeficiente de fricción linealizado frente a a/h , para un dique sumer-

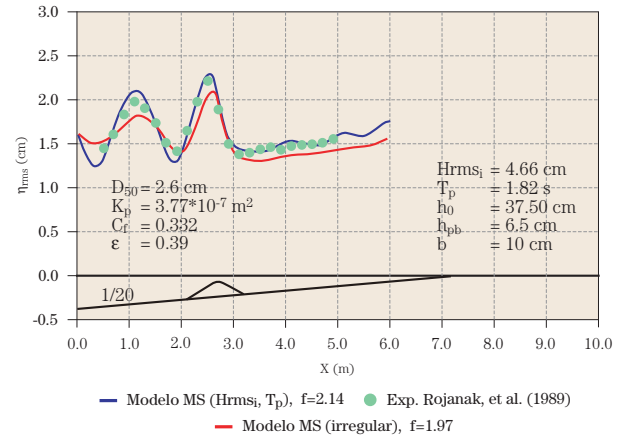


Figura 3. Evolución de la superficie libre. Caso (a).

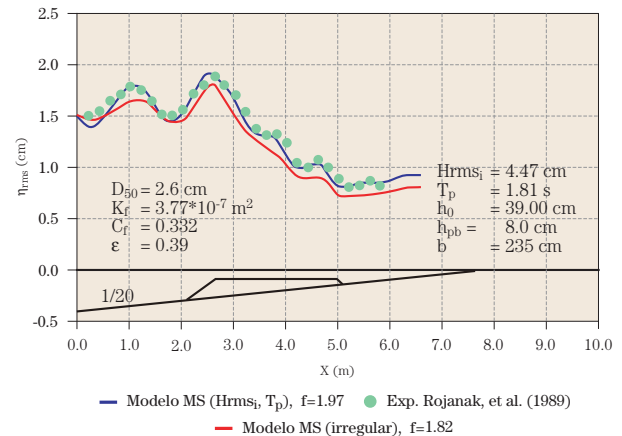


Figura 4. Evolución de la superficie libre. Caso (b).

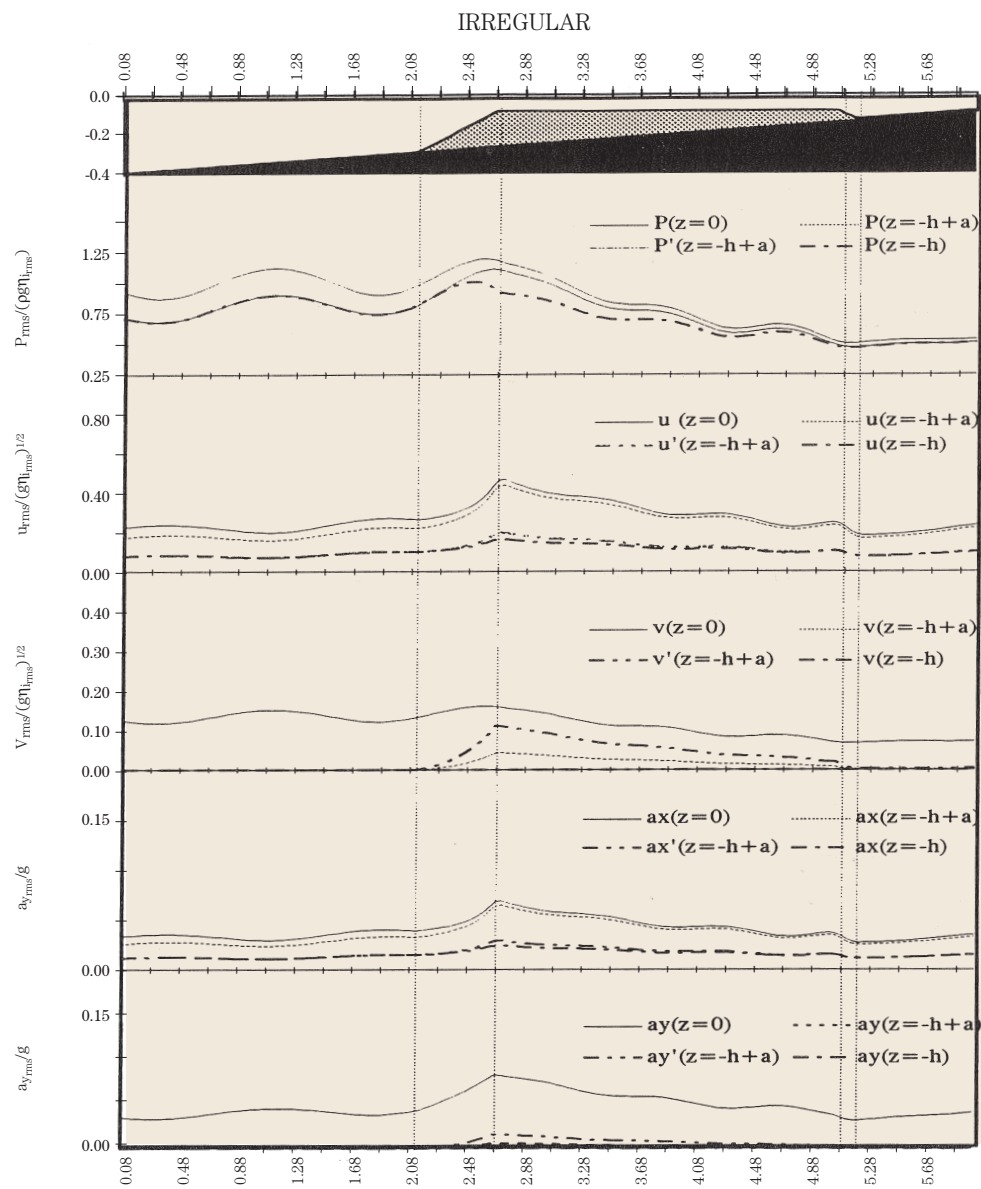
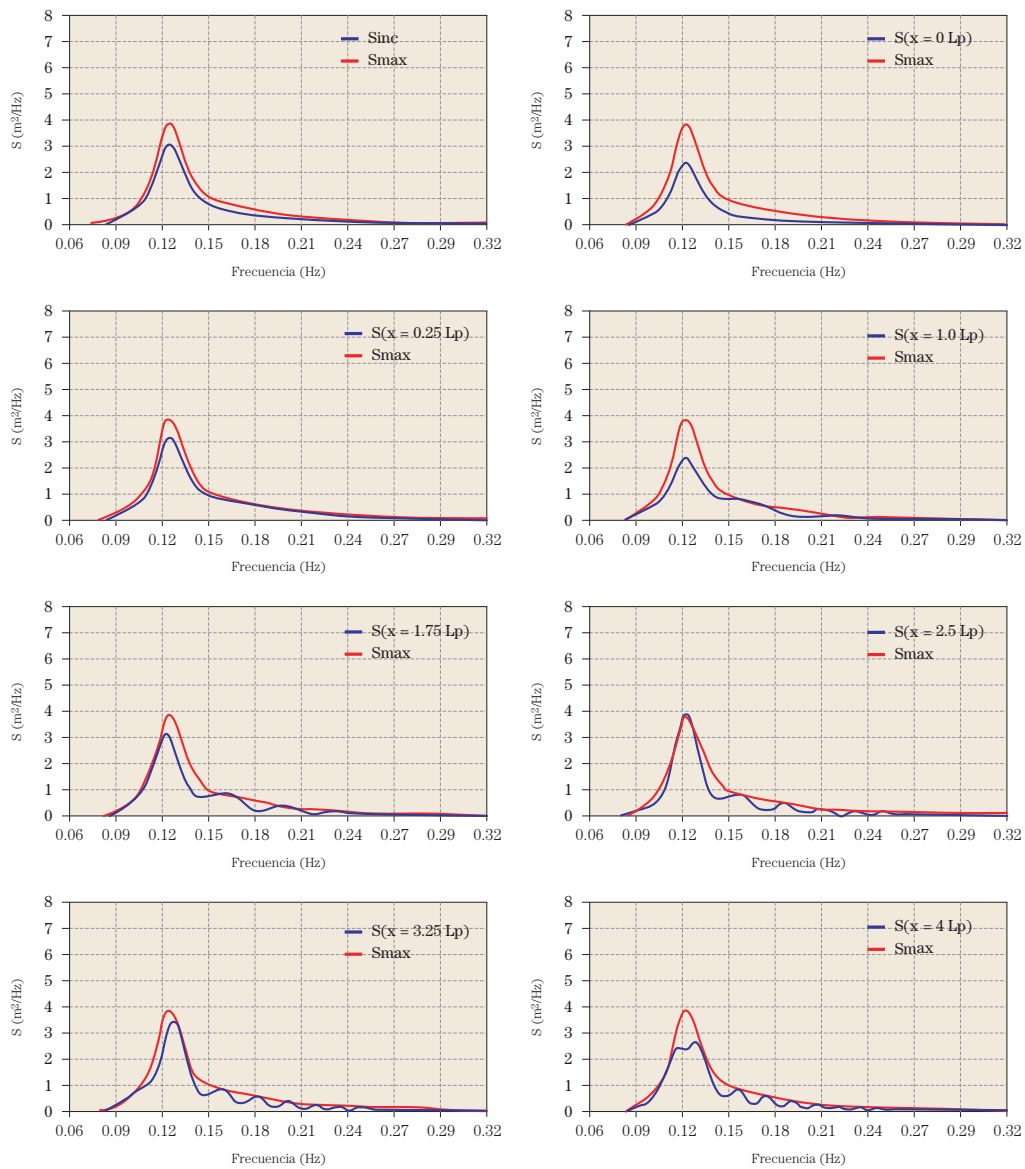


Figura 5. Evolución de las magnitudes.



$b = 20 \text{ m}$, $h = 10 \text{ m}$, $a = 9 \text{ m}$, $\theta = 60^\circ$, $f = 0.84$, $T_p = 8 \text{ s}$, $\epsilon = 0.437$

Figura 6. Evolución del espectro.

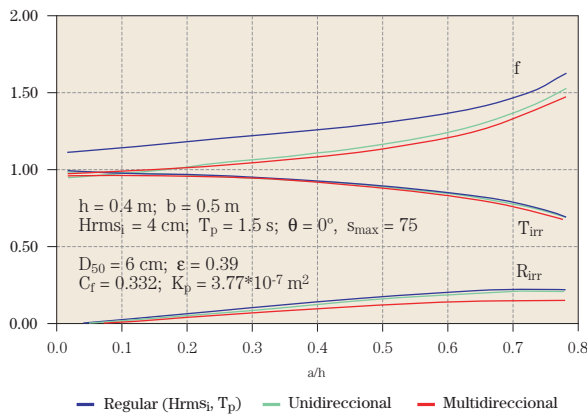


Figura 7. Influencia del francobordo.

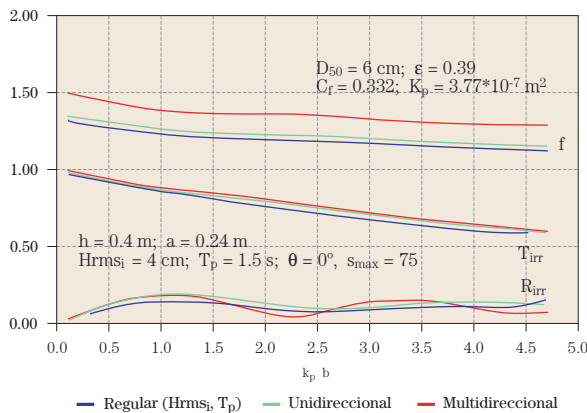


Figura 8. Influencia de la anchura relativa.

gido rectangular y bajo la acción de oleaje regular y oleaje irregular tanto unidireccional como multidireccional. Como era esperable, el progresivo aumento de la altura de la cresta del dique tiene como consecuencia un aumento en la reflexión y en el coeficiente de fricción y una disminución del coeficiente de transmisión, todavía más acentuada si se produce la rotura sobre la cresta.

En la Fig. 8 se presenta los mismos coeficientes frente a $k_p b$, con el fin de observar el efecto de la anchura del dique sobre la funcionalidad del mismo. Los resultados indican que se producen condiciones resonantes para varios valores de $k_p b$ que conducen al comportamiento oscilatorio que muestra el coeficiente de reflexión. Esta oscilación es más acusada para oleaje regular y se atenúa con los oleajes direccionales. Asimismo, se puede observar que los coeficientes de transmisión y fricción disminuyen con la anchura del dique obteniéndose valores menores con el oleaje irregular. Esto es especialmente destacable para el coeficiente de fricción, para el cual se puede observar una reducción de hasta un 10%. El análisis de otras geometrías y profundidades relativas ha puesto de manifiesto que, dado un caso, existe siempre una profundidad relativa para la cual el coeficiente de reflexión toma un valor constante, mientras que el coeficiente de transmisión disminuye hasta cero. El coeficiente de fricción sigue un comportamiento similar al del coeficiente de reflexión, llegando a un valor constante. Esto implica que para una profundidad relativa la reflexión, transmisión y disipación evolucionan conjuntamente hasta que el coeficiente de reflexión alcanza un valor b a partir del cual se mantiene constante, mientras que la disipación aumenta y la transmisión disminuye hasta llegar a cero.

La influencia de la incidencia oblicua se presenta en la Fig. 9. En la misma se puede observar que para los oleajes regular e irregular unidireccional, la reflexión presenta un mí-

nimo para aproximadamente 50° . Este mínimo no aparece para el caso multidireccional, para el cual no existe una dirección principal. Por encima de los 70° la solución debe ser tomada con cautela, dado que los efectos de la difracción en el interior y sobre la estructura comienzan a ser importantes.

Con el fin de analizar la influencia del talud se presentan las Figs. 10 y 11. Para un material dado se muestra los coeficientes de reflexión y transmisión R_o y T_o para diferentes configuraciones geométricas de la estructura. Con el fin de poder realizar las comparaciones, todos los casos presentados han sido calculados mediante el modelo para dique de geometría arbitraria (MS). Se han considerado dos diques rectangulares con francobordos adimensionales diferentes, $a/h = 0.2$ y $a/h = 0.7$ con $b/h = 2$. Estas estructuras se comparan con sus diques trapezoidales equivalentes de talud 2/1. El concepto de equivalencia se ha considerado con dos acepciones diferentes; el primer criterio se basa en asumir que el volumen de escollera empleada en ambos diques es el mismo y, por tanto, la sección del dique se considera constante. Este caso corresponde al dique con $b/h = 0.6$. El segundo criterio se basa en asumir que la anchura de la cresta se mantiene constante. Este caso corresponde al dique trapezoidal con $b/h = 2$.

De las figuras se puede concluir que a/h , el francobordo adimensional, es el factor predominante a la hora de controlar la reflexión y transmisión, dado que para $a/h = 0.3$ la influencia del talud es prácticamente despreciable. Sin embargo, para $a/h = 0.7$ la influencia del talud empieza a ponerse de manifiesto. Para $a/h = 0.3$ los dos diques con la misma sección muestran el mismo patrón de comportamiento para la reflexión y transmisión. Sin embargo, si la anchura de la cresta se mantiene constante el dique trapezoidal da lugar a una menor transmisión para cualquier pro-

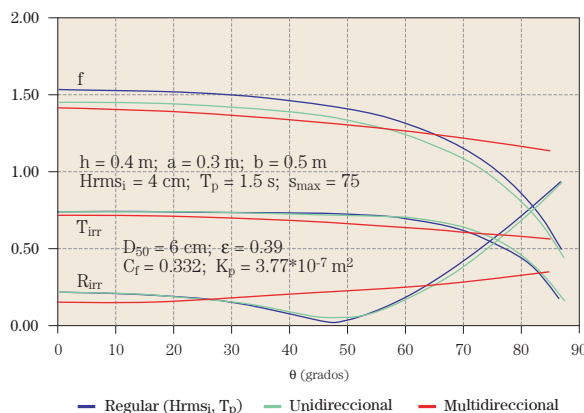


Figura 9. Influencia de la incidencia.

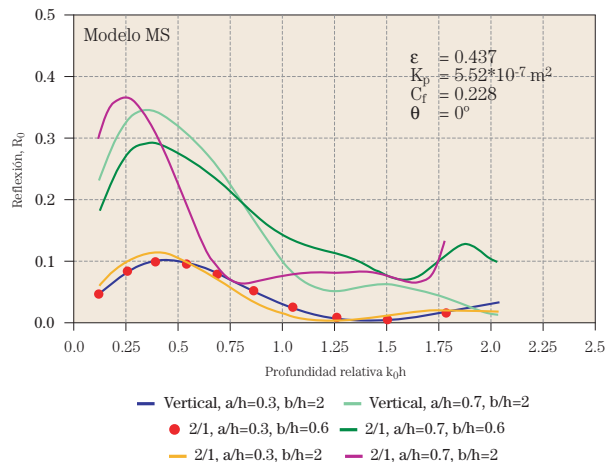


Figura 10. Influencia del talud (reflexión).

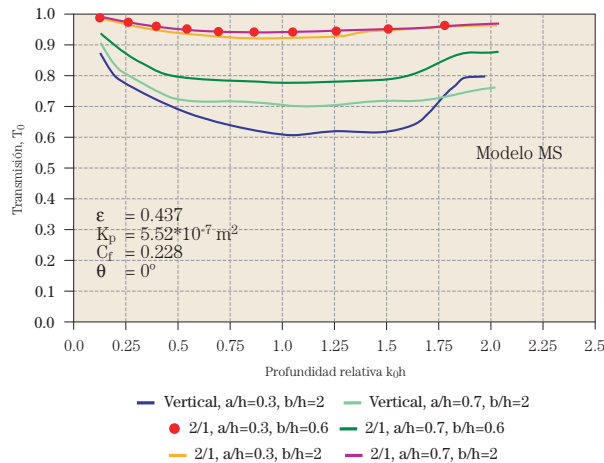


Figura 11. Influencia del talud (transmisión).

fundidad relativa k_0h . La eficiencia frente a la reflexión y depende claramente de k_0h .

Para $a/h = 0.7$ el dique con cara vertical es más eficiente a la hora de controlar la transmisión que el dique con su sección equivalente. Sin embargo, si la anchura de la cresta es la misma, el dique trapezoidal induce menor transmisión. Para esta sumergencia el comportamiento de la reflexión también es dependiente de la profundidad relativa.

Para $k_0h < 0.5$ el dique vertical induce menor reflexión que cualquiera de los diques trapezoidales. Sin embargo, en el rango $0.5 < k_0h < 1.1$, el dique trapezoidal con la misma cresta es más eficiente que a la hora de reducir la reflexión inducida. En ese rango, este tipo de estructura genera la máxima disipación. Para ondas de corto periodo, el dique trapezoidal genera una reflexión ligeramente mayor.

En la Fig. 12 se muestra el campo de velocidades para el caso (b), en $t = 0$. La escala vertical se ha tomado 1.5 veces mayor que la escala horizontal con el fin de facilitar la visión del resultado. El aspecto más importante, aparte del hecho de poder ver el campo de velocidades en el interior del medio poroso, es la diferencia de fase que se presenta en el flujo dentro y fuera de la estructura, lo cual es crucial a la hora de evaluar las fuerzas sobre las piezas o escolleras que compongan la cresta. Este resultado ha sido observado también por otros investigadores, van Gent's (1994).

3. Influencia de la generación de armónicos y efectos no lineales

Durante el proceso de propagación es posible la generación de armónicos con la consiguiente transferencia de energía, dando lugar a variaciones importantes en la hidrodinámica

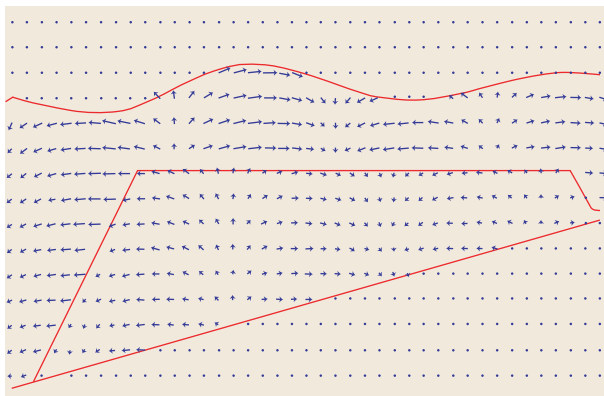


Figura 12. Campo de velocidades.

y el transporte de sedimentos en la parte posterior del dique. Más aún, un conocimiento adecuado del fenómeno de la generación de armónicos en la propagación sobre un dique sumergido podría llegar a dar lugar al diseño de una estructura que fomente dicha generación, reduciendo el riesgo que conlleva que toda la energía sea transportada en el armónico principal.

Hoy en día, este fenómeno no es tenido en cuenta a la hora de analizar la funcionalidad y estabilidad de un dique sumergido y por ello es necesario incorporar la generación de armónicos al diseño funcional de diques sumergidos. Ciertamente es que este fenómeno ha sido estudiado en laboratorio y experimentalmente para estructuras sumergidas impermeables, sin embargo, el papel que juega la permeabilidad del dique no ha sido tomada en cuenta. Además, estos modelos son de tal gran complejidad que hacen su uso prácticamente inviable para la ingeniería.

La Fig. 13 muestra las amplitudes espectrales y la superficie libre obtenidas experimentalmente correspondientes a una onda incidente monocromática con periodo $T = 1.8$ s propagándose sobre un escalón sumergido poroso de 0.80 m de anchura y 0.385 m de altura en una profundidad total de 0.475 m en tres localizaciones distintas sobre la estructura y a sotavento de la misma. En principio, cabría esperar una onda con una forma sinusoidal casi perfecta (como mucho con una pequeña afección de la onda reflejada) y un único pico espectral en 0.55 Hz, por ser la onda incidente. Sin embargo, como puede observarse, la senoide se encuentra totalmente deformada, delatando la generación de armónicos de orden superior, concretamente en $0.55 * 2$ Hz, $0.55 * 3$ Hz y $0.55 * 4$ Hz. Esto conlleva una considerable reducción del modo principal, no sólo por la disipación inducida por el medio poroso, sino también por la energía que se ha transferido del primer modo a los de orden superior.

Una explicación más detallada de este trabajo experimental puede encontrarse en Losada (1996).

Una vez demostrada la existencia del problema experimentalmente, se pretende comprobar la bondad del modelo lineal anteriormente descrito. En la literatura se puede encontrar modelos numéricos más sofisticados que se basan en teorías de orden superior pero, en general, se dedican exclusivamente a estructuras impermeables. Utilizando el modelo lineal anteriormente descrito, y dada su sencillez de aplicación, se va a realizar un primer análisis de su validez para analizar los efectos no lineales sobre diques permeables. El ob-

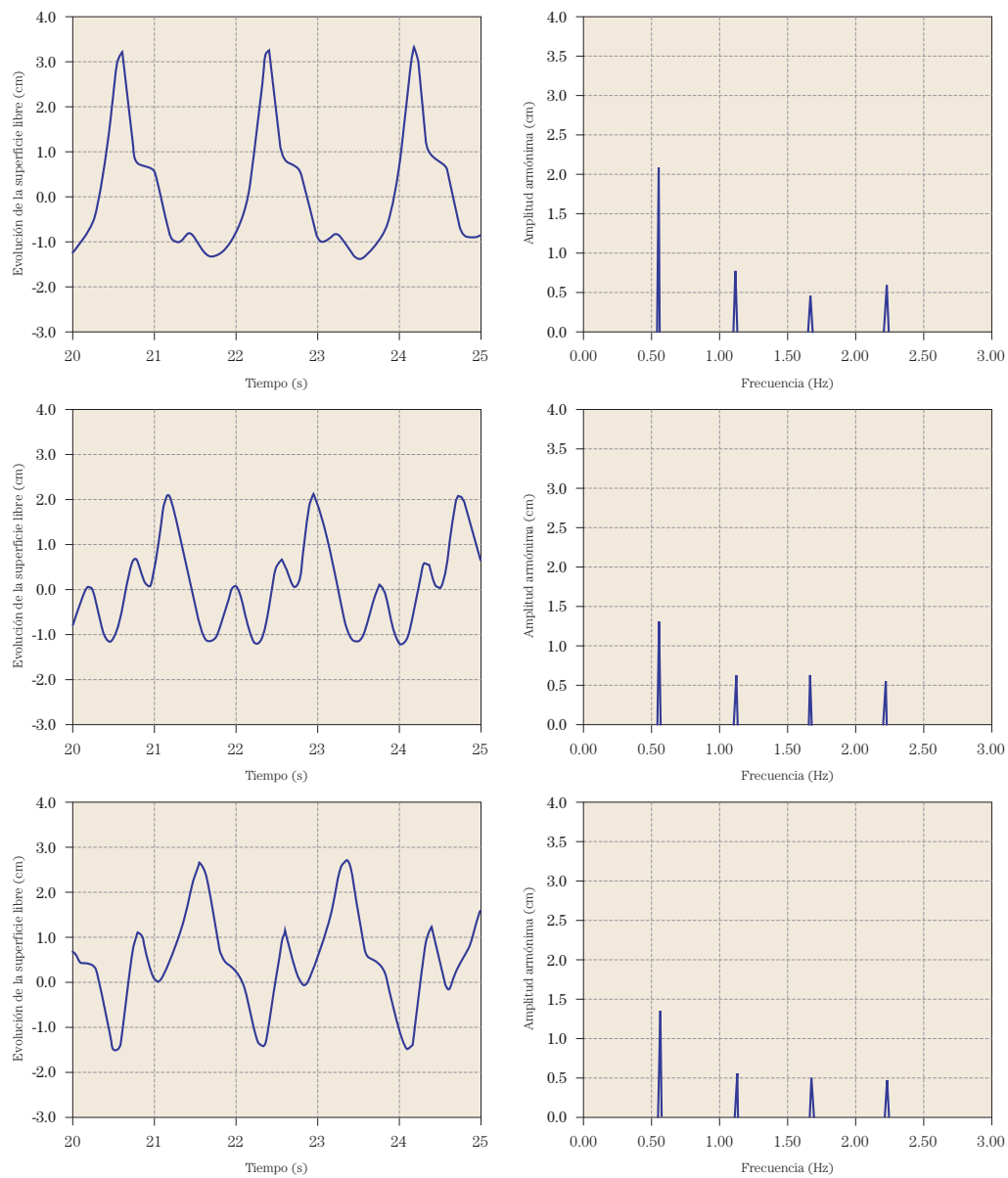


Figura 13. Generación de armónicos. Experimental.

jetivo principal es comprobar si un modelo relativamente fácil de emplear desde el punto de vista ingenieril puede ser empleado como una herramienta con una relativa precisión.

Las Figs. 14 a 15 muestran los resultados numéricos y experimentales de la evolución de H_{rms} sobre las estructuras. Obviamente, al tratarse de un modelo lineal, el modelo teórico muestra la evolución de una onda monocromática cuyo periodo coincide con el del armónico principal que aparece en los ensayos.

Como puede observarse, el modelo lineal muestra unos buenos resultados fallando únicamente para el caso con mayor grado de no linealidad, para el cual la generación de armónicos es la más importante. En las proximidades de la cara anterior del dique la teoría ofrece mayores valores que la experimentación, al carecer el modelo de disipación por efecto de separación en el contorno.

Una vez superada la cara anterior se produce la generación de armónicos, con la consiguiente transferencia de energía del armónico principal a los armónicos de orden superior. En la cara posterior se puede observar en la experimentación la oscilación de H_{rms} por efecto de la interacción entre armónicos. Evidentemente, el modelo lineal es incapaz de incluir esta oscilación, aunque sí logra dar un valor aproximado del orden de magnitud de la altura de ola a sotavento del dique. En algunos casos, y como ya sucedía en el estudio de Ohyama y Nadaoka (1992), la ausencia de la interacción entre armónicos en el modelo teórico se traduce en mayores valores de la altura de ola calculada.

Para las estructuras permeables, el modelo lineal reproduce los datos experimentales adecuadamente, incluso para los casos de mayor no linealidad considerados, $U_r = 6$. Sin em-

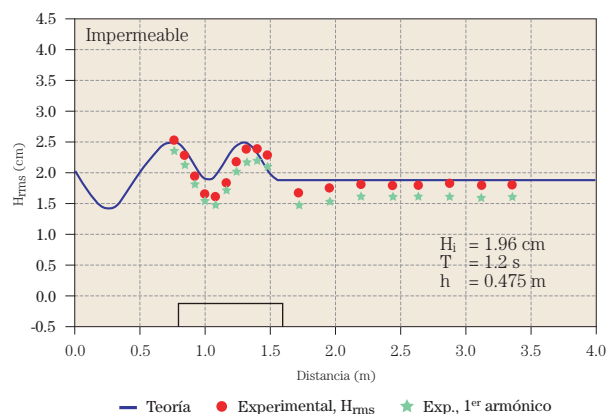


Figura 14. Evolución de H_{rms} . Dique impermeable.

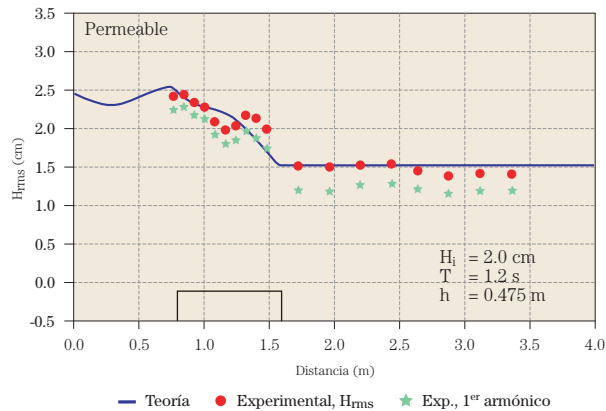


Figura 15. Evolución de H_{rms} . Dique permeable.

bargo, el aumento de la porosidad del material conduce a un aumento en el error en la predicción de H_{rms} a sotavento del dique, siendo los resultados numéricos mucho mayores que los experimentales. Esto se debe a que el modelo teórico asume que la disipación por efecto de la fricción en el medio poroso se produce únicamente para el modo principal y no para los armónicos de orden superior.

De todos los casos estudiados y no incluidos por falta de espacio se puede concluir que, en general, a medida que se aumenta la no linealidad de la onda, la teoría lineal da mejores aproximaciones de la evolución de H_{rms} para estructuras permeables que para las impermeables.

Se nos plantea a continuación el problema de intentar crear algún elemento que le permita al ingeniero discernir si la estructura diseñada, con una geometría dada y un material dado, dará lugar a la generación de armónicos en unas condiciones de oleaje dado. Además, sería deseable dar una explicación matemática al comportamiento observado que muestra que, dado un grado de no linealidad del oleaje incidente, el modelo lineal es capaz de reproducir mejor la propagación sobre una estructura permeable que sobre una impermeable.

Al escalar el problema de las ondas, es sabido que hay dos parámetros adimensionales de gran relevancia: la altura de ola relativa, A/h y la profundidad relativa, kh . Estos dos parámetros son de importancia capital a la hora de establecer la posibilidad de generación de armónicos. En general, la generación de armónicos sobre un escalón se produce cuando A/h es grande y kh pequeño.

Por ello, es necesario establecer cómo estos dos números adimensionales se ven afectados por el hecho de que la estructura considerada sea permeable.

Cuando se produce la interacción de una onda con una estructura sumergida impermeable, la longitud de onda se ve reducida por la disminución de calado, con la consiguiente variación en el número de onda. Sin embargo, para las ondas que se propagan sobre una estructura porosa el número de onda es complejo, en el cual la parte imaginaria controla los fenómenos de la disipación. Por tanto, las variaciones en la longitud de onda están afectadas no sólo por el cambio en el calado, sino también por las características propias del material que constituye la estructura.

Sea un dique sumergido permeable de altura a en una profundidad h . Como es sabido, las características del material con el que se ha construido el dique se pueden caracterizar por su porosidad, ε , coeficiente de permeabilidad, K_p , y coeficiente de fricción turbulenta, C_p , evaluados *a priori* a partir de una muestra del material. Estos valores pueden ser relacionados con el flujo a través de la ec. (30) mediante la cual se calcula el coeficiente de fricción linealizado, f .

Con estas condiciones y para un periodo de la onda incidente dado, se puede calcular lo que denominamos profundidad efectiva, h_{ef} , siguiendo los siguientes pasos:

1. Se calcula el número de onda complejo, $K = k_r - ik_i$, utilizando la ecuación de la dispersión en un medio poroso, ec. (14) utilizando la profundidad total, h .
 k_r y k_i son la parte real e imaginaria, respectivamente, del número de onda complejo, K , y s es el coeficiente inercial que se asume igual a la unidad. El resto de la información relativa al material de que está construido el dique se introduce en la ecuación mediante f y ε .
2. Se calcula el número de onda, k , para un dique sumergido impermeable utilizando una profundidad inicial $h' = h_{ef} = h - a$ y empleando para ello la ecuación de la dispersión estándar para ondas propagándose sobre un fondo horizontal impermeable.

$$\sigma^2 = gk \tanh kh' \quad (68)$$

donde $h' = h_{ef}$.

3. Se comprueba si k_r calculada mediante la ec.(14) es igual a la k obtenida de la ec.(68). Si son distintas, se toma una nueva $h_{ef} = h - a + \Delta h$, donde $\Delta h < a$ repitiendo el segundo paso. Después de algunas iteraciones se establece una profundidad efectiva, h_{ef} , para la cual se cumple $k_r = k$.

El parámetro calculado h_{ef} profundidad efectiva, es el parámetro que tiene en cuenta el efecto que la permeabilidad de la estructura tiene sobre el cálculo de la profundidad y la altura de ola relativas.



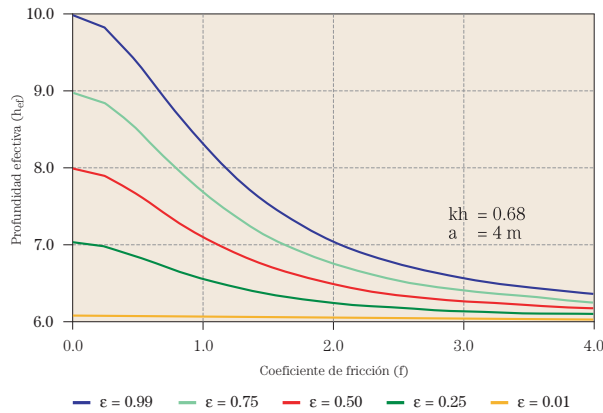


Figura 16. Variación de la profundidad efectiva.

Para mostrar el significado y la importancia de la profundidad efectiva que se ha definido en la Fig. 16 se presenta la profundidad efectiva, h_{ef} , frente al coeficiente de fricción, f , para $h = 10$ m, $T = 10$ s, $a = 4$ m y porosidad del material variable. Para una estructura construida con material extremadamente poroso, ($f=0$ y $\varepsilon=1$) la profundidad efectiva es $h_{ef}=10$ m. Sin embargo, para valores altos de f y porosidad cercana a 0, el escalón es prácticamente impermeable y la onda “siente” una profundidad efectiva $h_{ef}=6$ m. Para un caso intermedio, por ejemplo, $\varepsilon=0.5$ y $f=1$, $h_{ef}=7.1$ m. Quiere esto decir que una onda propagándose en una profundidad total de 10 m, al pasar sobre un dique sumergido de 4 m de altura y con las características del material especificadas, es equivalente en términos de profundidad relativa, kh , a una onda propagándose sobre un dique impermeable de 2.9 m de altura.

Resumiendo, para un periodo y altura de dique sumergido dados, el aumento de la porosidad y reducción de fricción conducen a un aumento del parámetro kh_{ef} . Más aún, dada la disipación producida por el medio poroso, la amplitud de la onda disminuye, dando lugar a que A/h disminuya y que, por tanto, el número de Ursell también. Esto implica que el aumento de la porosidad del material con la que se construye el dique reduce la posibilidad de la generación de armónicos, así como los efectos no lineales en la propagación.

4. Cálculo de las fuerzas ejercidas sobre el dique sumergido y modelo de estabilidad

Con el fin de calcular las fuerzas actuantes sobre las piezas que componen el dique sumergido, se empleará ecuaciones tipo Morison. El campo de velocidades puede obtenerse a partir de los modelos anteriormente presentados y servirá como información de partida para la obtención de las fuer-

zas. En este caso se ha optado por un modelo similar al propuesto por otros autores anteriormente.

$$F_s = \frac{1}{2} C_{Ds} \rho A_s \vec{v} \cdot \vec{s} |\vec{v} \cdot \vec{s}| + C_{Ms} \rho \hat{V} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{s} + \frac{1}{2} C_{Ln} \rho A_n (\vec{v} \cdot \vec{n})^2 \quad (69)$$

$$F_n = \frac{1}{2} C_{Dn} \rho A_n \vec{v} \cdot \vec{n} |\vec{v} \cdot \vec{n}| + C_{Mn} \rho \hat{V} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \cdot \vec{n} + \frac{1}{2} C_{Ls} \rho A_s (\vec{v} \cdot \vec{s})^2 \quad (70)$$

donde \vec{s} y \vec{n} son los vectores normales en la dirección tangente y normal a la pendiente del dique y con sentido positivo hacia la región de fluido. Los coeficientes de arrastre, inercia y de sustentación correspondientes a las direcciones tangente y normal son (C_{Ds}, C_{Dn}) , (C_{Ms}, C_{Mn}) y (C_{Ls}, C_{Ln}) , respectivamente; A_s y A_n corresponden al área de la sección de las piezas en cada una de las dos direcciones y \hat{V} es el volumen de una pieza. Una vez evaluadas las fuerzas con la formulación de las ecs. (69) y (70) y utilizando el campo de velocidades obtenido del modelo numérico anteriormente descrito, es necesario desarrollar un modelo de estabilidad. Varios son los parámetros que pueden afectar la estabilidad de un dique sumergido: características del oleaje incidente, geometría de la estructura y los parámetros mecánicos propios del material. Más aún, los resultados correspondientes a la estabilidad global de la estructura se ven muy afectados por los criterios considerados para establecer un modelo de estabilidad.

Dado que la preocupación fundamental de este trabajo radica en la funcionalidad de la estructura, tomaremos el modelo de estabilidad desarrollado por Sulisz (1994), que considera la rodadura como el factor más crítico en el equilibrio estático de una pieza esférica rodeada por otras tres piezas con las mismas características. Es importante destacar que el desarrollo de un modelo de estabilidad no es el objetivo de este trabajo, con lo cual el hecho de haber tomado el de Sulisz no implica que éste sea el mejor o el más adecuado.

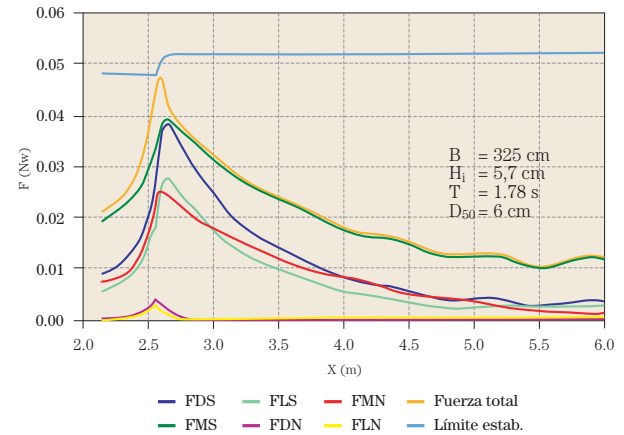


Figura 17. Fuerzas y estabilidad. Material (a).

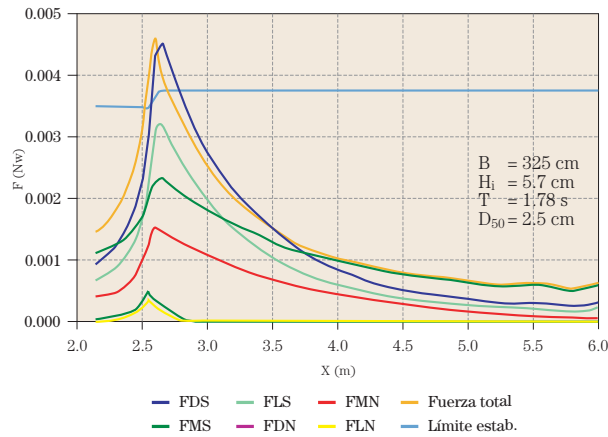


Figura 18. Fuerzas y estabilidad. Material (b).

Una vez analizado el problema, Sulisz (1994), establece que la condición crítica para rodadura se expresa como

$$S_G W_B \cos \alpha < (S_G + \tan \alpha) F_n - F_s \quad (71)$$

donde S_G es un parámetro geométrico asociado a la localización de las piezas esféricas respecto de las que la rodean; W_B es el peso sumergido de las piezas y α es la pendiente que el manto de escollera forma con el fondo.

Las Figs. 17 y 18 presentan la evolución de las componentes tangencial y normal de la fuerza de inercia, arrastre y sustentación que actúan sobre la estructura, obtenidas utilizando las ecuaciones (69) y (70). Se presenta asimismo la fuerza total actuante. Los valores de los diferentes coeficientes han sido obtenidos de la literatura y son: ($C_{Ds} = C_{Dn} = 0.7$), ($C_{Ms} = C_{Mn} = 0.5$); y ($C_{Ls} = C_{Ln} = 0.5$). Además, se ha calculado el límite de estabilidad con el criterio establecido en la ec. (71).

Las características del oleaje incidente considerado son: $H_i = 5.70 \text{ cm}$, $T = 1.78 \text{ s}$; mientras que los parámetros geométricos son: $h_o = 37.00 \text{ cm}$, $h_p = 6.0 \text{ cm}$ (sobre la cresta del dique) y $b = 325 \text{ cm}$. Para la Fig. 17 las características del material vienen especificadas mediante las siguientes constantes: $d_{50} = 6.0 \text{ cm}$, $K_p = 3.77 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$, $K_p = 0.332$ y $\varepsilon = 0.39$.

Como era esperable de los resultados obtenidos en el estudio de la cinemática alrededor y en el interior del dique, las fuerzas alcanzan su valor máximo, para todos los casos analizados sobre el talud anterior y sobre la cresta. Para este primer caso, las velocidades se reducen muy rápidamente sobre la cresta y, consecuentemente, las fuerzas, dando lugar a que el límite de estabilidad no sea alcanzado. La Fig. 18 presenta las mismas magnitudes para idénticas condi-

ciones geométricas y oleaje incidente. Sin embargo, el material con el que se ha construido el dique se ha modificado y tiene ahora las siguientes características: $d_{50} = 2.5$ cm, $K_p = 1.923 * 10^{-7} m^2$, $C_f = 0.270$ y $\varepsilon = 0.442$. Como puede observarse, en este caso el límite de estabilidad es superado.

Como era de esperar, el dique es más estable para el caso en el que las piezas tienen un mayor diámetro y, por tanto, un mayor peso.

5. Conclusiones

Se presentan una serie de modelos numéricos de aplicación sencilla para evaluar la funcionalidad y estabilidad de estructuras sumergidas permeables. Los modelos han sido validados experimentalmente con resultados satisfactorios. De los estudios realizados se pueden extraer las siguientes conclusiones más importantes.

El aumento de la incidencia conduce a una reducción en la reflexión producida por el dique, presentándose un mínimo entre los 50° y 60° . Sin embargo, la magnitud de la reducción en la reflexión debida a la incidencia oblicua está claramente condicionada por la profundidad relativa, $k_o h$, la geometría del dique (b/h , a/h) y el material con que se construye la estructura, (ε , K_p , C_f).

La transmisión no se ve tan afectada por la incidencia oblicua y su valor se mantiene prácticamente constante hasta alcanzar los 65° ó 70° a partir de donde empieza a disminuir hasta alcanzar un mínimo en $T_o = 0^\circ$.

La influencia de la geometría del dique no es importante si el parámetro a/h es pequeño. Al ir aumentando a/h , la importancia de la forma del dique empieza a hacerse evidente; sin embargo, es la anchura de la cresta, b , la que controla primordialmente la reflexión y la transmisión, más que el talud. Este comportamiento cambia totalmente cuando se produce la rotura sobre el talud, dado que éste es el mecanismo principal que controla la disipación.

El parámetro a/h , es mucho más importante a la hora de controlar la reflexión y transmisión que f y, por tanto, que las características permeables de la estructura. Por ello, se puede concluir que en el control de la reflexión y transmisión producidas por un dique su-

mergido poroso el orden de importancia de los parámetros es a/h , f , y finalmente el ángulo de incidencia del oleaje actuante.

En cuanto al campo de presiones, velocidades y aceleraciones, se observa que las máximas presiones se producen sobre el talud frontal del dique, siendo las velocidades y aceleraciones máximas en la intersección del talud anterior y el comienzo de la cresta.

En general, el oleaje irregular, ya sea unidireccional o multidireccional, induce una reflexión y transmisión menores que el oleaje regular. La reducción depende mucho del caso considerado; sin embargo, no se han detectado variaciones superiores al 5% para los casos estudiados. En general, la disipación depende más de los parámetros relativos a la anchura espectral, v_n y ε_b , que del parámetro de dispersión angular, S_{max} .

Asimismo, la aleatoriedad del oleaje disminuye los coeficientes de fricción considerablemente, lo cual es consistente con la reducción en los coeficientes de reflexión.

La relación entre las ondas reflejada e incidente es muy similar para el oleaje regular y el irregular unidireccional, presentándose un mínimo en el rango de 40° a 65° , dependiendo de las características del oleaje y de la estructura. Sin embargo, este mínimo no está presente para el oleaje irregular multidireccional.

Aunque aguas arriba del dique los campos de velocidades para oleaje regular e irregular no presentan prácticamente diferencia, justo frente al dique la velocidad vertical y la aceleración horizontal aumentan para el oleaje irregular.

Asimismo, frente a la estructura, el espectro total (incidente más reflejado) contiene frecuencias con nodos y antinodos. La separación entre dos frecuencias nodales adyacentes disminuye a medida que nos alejamos en la dirección *offshore*. Esta separación depende del espectro incidente, así como de las características del material y geometría del dique.

La determinación de la ubicación de las frecuencias nodales es de suma importancia para una correcta colocación de los sensores en el laboratorio, determinación del riesgo potencial de erosión en el pie del dique o para evaluar la posición de una barra frente al dique.

Al igual que el oleaje regular, se puede observar la presencia de efectos resonantes para algunas anchuras de la estructura bajo la acción del oleaje irregular. En general, para una

estructura dada, las condiciones resonantes se producen para valores mayores de $k_p b$ que para su equivalente frente a oleaje regular. Asimismo, los picos resonantes se reducen, debido a la aleatoriedad del oleaje, especialmente para el oleaje multidireccional.

En cuanto la aplicación al estudio de la estabilidad, se puede concluir que el modelo constituye una herramienta útil para la ingeniería. Entre otras cosas, permitiría calcular la estabilidad de las distintas secciones que componen el tronco del dique sumergido, lo cual abarataría considerablemente los costes constructivos, como ya fue puesto de manifiesto por Vidal et al. (1992) en su trabajo experimental.

6. Referencias

- Cruz, E.C., Isobe, M. and Watanabe, A. (1992). "Non linear wave transformation over a submerged permeable breakwater." Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 1101-1114.
- Dalrymple, R.A., Losada, M.A. and Martin, P.A. (1991). "Reflection and transmission from porous structures under oblique wave attack." J. Fluid Mechanics. Vol. 224, pp. 625-644.
- Dattatri, J., Raman, H. and Shankar, J.N., 1978. "Performance characteristics of submerged breakwaters." Proc. 16th Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 2153-2171.
- Dick, T.M. and Brebner, A. (1968). "Solid and permeable submerged breakwaters." Proc. 11th Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 1141-1158.
- Eldeberky, Y. and Battjes, J.A. (1994). "Nonlinear coupling in waves propagating over a bar." Proc. 24th Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 157-167.
- Gu, Z.G. and Wang, H. (1992). "Numerical modeling for wave energy dissipation within porous submerged breakwaters of irregular cross section." Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 1189-1202.
- Kobayashi, N. and Wurjanto, A. (1989). "Wave transmission over submerged breakwaters." J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. ASCE. Vol 115, No. 5, pp. 662-680.
- Losada, I.J. (1996). Wave interaction with permeable structures. UMI. Bell & Howell Co.. Ann Arbor (Michigan). 228 pp.
- Losada, L.J. (1991). Estudio de la propagación de un tren lineal de ondas por un medio discontinuo. Ph.D. Thesis. Universidad de Cantabria. 183 pp. (in Spanish).



- Losada, L.J., Dalrymple, R.A., Losada, M.A. (1993). "Water waves on crown breakwaters." *J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. ASCE. Vol 119, No. 4, pp. 367-380.
- Losada, L.J., Losada, M.A. and Martín, F.L. (1995). "Experimental study of wave-induced flow in a porous structure." *Coastal Engineering*. ELSEVIER. Vol 26, No. 1-2, pp. 77-98.
- Losada, L.J., Silva, R., Losada, M.A. "3-D non-breaking regular wave interaction with submerged breakwaters." *Coastal Engineering*. (ELSEVIER). Vol. 28, No. 1-4, pp. 229-248, 1996.
- Losada, L.J., Silva, R., Losada, M.A. "Interaction of non-breaking directional random waves with submerged breakwaters." *Coastal Engineering*. (ELSEVIER). Vol. 28, No. 1-4, pp. 249-266, 1996.
- Madsen, O.S. (1974). "Water transmission through porous structures." *J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. ASCE. Vol 100, pp. 169-188.
- Massel, S.R. (1983). "Harmonic generation by waves propagating over a submerged step." *Coastal Engineering*. ELSEVIER. Vol 7, pp. 357-380.
- Mei, C.C. "The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves." *Advanced Series on Ocean Engineering*, Vol. 1. World Scientific. Singapore, 1989.
- Ohyama, T., Nadaoka, K. (1992). "Modelling of the transformation of nonlinear waves passing over a submerged dike." *Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y.* pp. 526-539.
- Rey, V., Belzons, M. and Guazzelli, E. (1992). "Propagation of surface gravity waves over a rectangular submerged bar." *J. of Fluid Mechanics*. Vol. 235. pp. 453-479.
- Rojanakamthorn, S., Isobe, M. and Watanabe, A. (1989). "A mathematical model of wave transformation over a submerged breakwater." *Coastal Engineering in Japan, JSCE, Vol. 32. No. 2* pp. 209-234.
- Rojanakamthorn, S., Isobe, M. and Watanabe, A. (1990). "Modeling of wave transformation on submerged breakwater." *Proc. 22nd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y.* pp. 1060-1073.
- Seelig, W.N. (1980). "Two-dimensional test of wave transmission and reflection characteristics of laboratory breakwaters." *Technical Report. No. 80-1, U.S. Army Coast. Engrg. Res. Ctr., Fort Belvoir, Va.*
- Sollit, C.K. and Cross, R.H. (1972). "Wave transmission through permeable breakwaters." *Proc. 13th Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y.* pp. 1827-1846.
- Sulisz, W. "Stability Analysis for Multilayered Rubble Bases". *J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*. ASCE. Vol 120, No. 3, pp. 269-282, 1994.
- van Gent, M.R.A. (1994). "The modelling of wave action on and in coastal structures." *Coastal Engineering*. ELSEVIER. Vol. 22. pp. 311-339.



- Vidal, C., Losada, M.A., Medina, R., Mansard, E.P.D. and Gómez Pina, G. (1992) "A universal analysis for the stability of both low-crested and submerged breakwaters." Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 1679-1692, 1992.
- Wibbeler, H. and Oumeraci, H. (1992). "Finite element simulation of wave-induced internal flow in rubble mound structures." Proc. 23rd Coastal Engineering Conference, ASCE, New York, N.Y. pp. 1706-1719.

